

새로운 효율적 투자기회선

(The New Efficient Frontier)

21 세기에 걸맞는 자산배분

(번역: 모닝스타코리아 마케팅팀 박종민 팀장)

폴 캐플란

(Paul D. Kaplan, Ph.D., CFA)

정성적리서치 부사장

샘 새비지

(Sam Savage, Ph.D.)

스탠포드 대학교

“평균의 결함

(The Flaw of Averages)” 저자

라이트형제가 1903년 동력비행을 처음 성공했을 때, 그들의 천재성은 다음의 세가지 제어장치의 축에서 잘 나타납니다: 피치(Pitch), 요(Yaw), 롤(Roll). 지난 몇 년동안 기술이 발전함에 따라 항공기술도 진화해왔습니다. 1952년까지 라이트형제의 최초 비행기는 제트기와 초음속비행기를 자랑하는 최첨단시대에서 거의 주목을 받지 못했습니다. 그럼에도 불구하고 이러한 최첨단시대에도 여전히 라이트형제 시대의 세가지 제어장치축의 지배를 받아왔습니다.

1952년 또다른 선구자인 해리 마코위츠(Harry Markowitz)는 포트폴리오 최적화(Portfolio Optimization)를 창시하였습니다. 그의 천재성은 다음의 세가지 원리를 기반으로 합니다: 위험(Risk), 성과(Reward), 상관관계(Correlation). 지난 몇 년동안 기술은 발전하고 시장은 붕괴됐지만, 많은 투자자들에게 의해 사용된 포트폴리오 최적화모델(Portfolio-optimization models)은 진화하지 못했습니다. 이것은 마코위츠가 컴퓨터과학분야에서 선구자였다는 사실을 고려하면 놀라

운 점입니다. 더욱이 그는 포트폴리오 모델링 분야에서 안주한게 아니라, 그 자신만의 모델을 발전시키고 다른사람들의 모델에까지 영향을 주었습니다. 하지만 그가 발전시킨 개선사항들 중 일부만 실제 선택되어 넓게 사용되었습니다.

슈퍼소닉모델 소개

초기 마코위츠의 노력이 매우 간단하면서도 강력했기 때문에 수많은 추종자들을 매료시켰습니다. 추종자가 더욱더 많아질수록 그것의 이점을 의심하는 사람들은 줄어갔습니다. 마코위츠의 초기 이론이 현대포트폴리오이론(Modern Portfolio Theory)과 매우 밀접했기에 많은 경영대학원에서 그의 이론을 강의하였고 오늘날에도 여전히 폭넓게 쓰이고 있습니다.

그러다 2008년 금융위기가 닥쳤을 때, 사람들은 마침내 그의 이론에 대해 의문을 품기 시작했습니다. 최근 경제적 트라우마와 지난 몇십년동안의 기술진보의 융합은 오늘날 위험, 성과, 상관관계에 기반한 마코위츠의 기본원리에 기초한 슈퍼소닉 모델(super-sonic model)을 설명할 완벽한 타이밍입니다. 최근 리서치보고서에서, 우리는 마코위츠의 이론이 가장 최신의 경제적 사고 및 기법을 적용하기 위한 완벽한 체계라고 주장합니다. 우리는 우리의 업데이트된 모델을 “마코위츠 2.0”이라고 부릅니다.

마코위츠 2.0

평균의 결함(The Flaw of Averages)

1952년 해리 마코위츠의 평균-분산모델(Mean-variance model)은 2009년 새비지가 “평균의 결함(The Flaw of Averages)”이라고

부르는 것을 개선하기 위한 첫 시스템적인 시도였습니다. 일반적으로, 평균의 결함은 사람들이 미래의 불확실한 전망치를 묘사하기 위해 단수(보통 평균)를 사용할 때 발생하는 시스템적인 어려움입니다. 예를 들어, 만약 당신이 은행에서 천만달러를 훔칠 계획을 가지고 있고 도망칠 확률이 100분의 1이라면, 당신은 평균적으로 10만달러를 가질 수 있습니다. 만약 은행을 털기 전에 그 행동을 “10만달러 벌기”로 묘사했다면 평균이라는 의미에서 맞는 말입니다. 하지만 이것은 은행강도에 대해 형편없이 묘사한 것입니다. 그렇지만 2009년에 새비지가 다른 것처럼, 이 “평균의 결함”은 실제 비즈니스에서 항상 일어났으며 모든 것이 일정에서 벗어나고 예산을 초과하며 추정치보다 낮은 이유에 대해 설명해줄 뿐만 아니라, 2008년 발생한 경제위기의 공범이기도 합니다.

해리 마코위츠의 평균-분산모델은 동일한 평균(기대)수익률을 이용하지만 분산 또는 표준편차로 측정된 서로다른 위험을 이용하여 다양한 투자자산들을 구별함으로써 평균의 결함을 보완하려고 시도하였습니다. 이것은 그 당시에 궁극적으로 노벨상을 수상할 정도로 획기적인 발견이었습니다. 그러나, 표준편차와 공분산의 사용은 이들의 개념자체가 평균의 버전이라는 점에서 한단계 높은 평균의 결함이 발생합니다.

전통적인 포트폴리오 최적화에

제트엔진 장착

가장 최신의 경제적 사고와 컴퓨터 기술을 이용함으로써, 사실상 우리는 마코위츠의 포트폴리오 최적화 모델의 본래 체계에 제트엔진을 장착할 수 있습니다. 21 세기에 투자자의 우려, 시장, 그리고 옵션과 같은 금융수단과 맞물려 그결과는 훨씬 더 강력한 모델입니다.

보통 평균-분산최적화(Mean-Variance Optimization)라고 불리는 전통적인 포트폴리오 최적화는, 오늘날 기술로 인해 쉽게 제기될 수 있는 여러 제약들로 인해 어려움을 겪고 있습니다. 우리는 여기서 다섯가지 실용적인 개선사항들에 대해 다루어 보고자 합니다.

- 1 첫째, “두터운 꼬리 (Fat-tailed)” 분포를 허용하는 시나리오 기반 방식을 사용합니다. 두터운 꼬리 수익률 분포 (Fat-tailed return distributions)는 수익률 분포가 평균과 분산으로 적절하게 묘사되도록 가정된 전통적인 평균-분산최적화의 맥락에서는 가능하지 않습니다.
- 2 둘째, 부의 축적 (accumulation of wealth)을 고려할 때 단일기간 예상수익률 (Single-period expected return)을 장기예상 기하평균수익률 (Long-term forward-looking geometric mean)로 대체합니다.
- 3 셋째, 우리는 평균분산을 나타내는 표준편차를 꼬리위험 (Tail Risk)을 나타내는 CVaR (Conditional Value at Risk)로 대체합니다.
- 4 넷째, 마코위츠의 본래 모델은 자산유형들의 수익률의 분포를 만들기 위해서 공분산 행렬 (Covariance Matrix)를 사용하였으나 우리는 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 산출될 수 있는 시나리오 기반의 모델로 이것을 대체하였으며, 얼마든지 분포들을 통합할 수 있습니다.
- 5 마지막으로, 우리는 확률분석분야에서 샘 새비지 (Sam Savage)가 창시한 새로운 통계기법을 사용합니다. 새비지는 일련의 분포 (Distribution String)이라고 불리는 새로운 기법을 고안하였습니다. 그것은 단일데이터로서 수천번의 시뮬들을 압축합니다. 그리하여 많은 양의 데이터를 처리하고 저장할 필요성, 즉 시나리오 기반 방식의 주요 단점을 제거합니다.

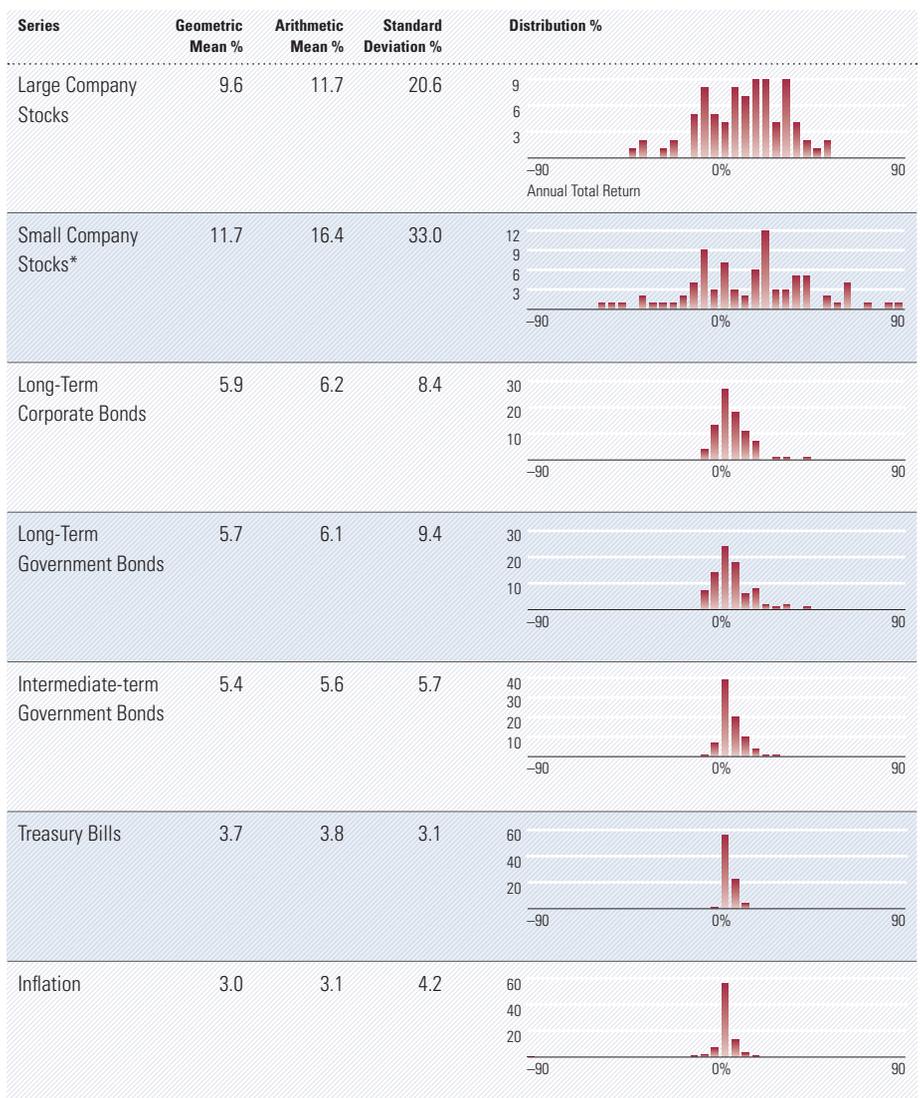
시나리오 방식

전통적인 평균-분산최적화 모델의 제약들 중 하나는 최적화에서 자산의 수익률분포가 간단히 평균과 분산만으로 충분히 설명될 수 있다고 가정하는 것입니다. 이 가정이 가장 흔하게 묘사되는 것은 대칭 벨모양 곡선 (Symmetrical bell-shaped curve)으로서 각각의 자산유형의 분포를 그리는 것입니다. 하지만, 예시 1 에서 설명된 것처럼, 서로다른 자산유형의 수익률분포가 항상 대칭 벨모양 곡선을 따르지는 않습니다. 일부 자산들은

왼쪽 혹은 오른쪽으로 편향된 분포의 모습을 보이는 반면, 다른 자산들은 상대적으로 보다 얇거나 두터운 꼬리를 가진 분포의 모습을 보이게 됩니다.

몇 년동안 다양한 대체투자자산들은 수익률 분포의 비정상적인 부분들을 고려하는 최적화 모델로 평균-분산최적화를 대체하려고 노력해왔습니다. 몇몇의 연구원들은 비대칭도 (skewness)나 첨도(kurtosis)를 보여주는 분포곡선을 사용할 것을 권유하는 반면 일

Exhibit 1: Basic Series: Summary Statistics of Annual Total Returns: 1926–2008



*The 1933 Small Company Stocks total return was 142.9%

Source: Morningstar (2009)

부는 과거 데이터 또는 몬테카를로 시뮬레이션을 기초로 한 수많은 시나리오를 사용하도록 제안해왔습니다. 시나리오 기반 방식은 분포곡선방식에 비해 두가지 주요 이점들이 있습니다: (1) 매우 유동적입니다. 예를 들면, 옵션과 같은 비선형 투자수단들이 쉽게 만들어질 수 있습니다. (2) 수학적으로 측정가능합니다. 예를 들어, 시나리오 상에서 포트폴리오 수익률들은 시나리오 내에서 자산유형수익률의 가중평균한 값입니다. 이런 방식에서는, 분석적 솔루션이 결여되어 있을 수 있는 복잡한 수식없이 자산유형의 분포로부터 포트폴리오의 분포가 도출될 수 있습니다.

표준 시나리오 분석에서는 수익률분포에 대한 정확한 그래픽적인 묘사가 제공되지 않습니다. 히스토그램은 예시 1 에서 보여지는 것과 같이 추정치로서 제공됩니다. 우리는 스무딩 기법(smoothing technique)을 이용함으로써 완만한 곡선이 수익률분포를 나타내

는 시나리오 방식에 대해 이견이 분분하다. 예를 들어, 예시 2 는 우리방식에 근거한 대형주의 연간수익률 분포곡선을 보여주고 있습니다. 예시 1 의 대형주 히스토그램을 예시 2 와 비교해보면, 완만한 분포곡선이 미적으로 더 뛰어나고 정확한 형식을 보여주면서 과거분포의 특성들을 보유하고 있다는 걸 알 수 있습니다. 더욱이, 우리 모델은 시나리오 방식에 연속분포(continuous distribution)를 기반으로 한 모델에 의해서만 잘 사용되었던 연속수학(continuous mathematics)의 힘(power)을 모두 사용할 수 있게 되었습니다.

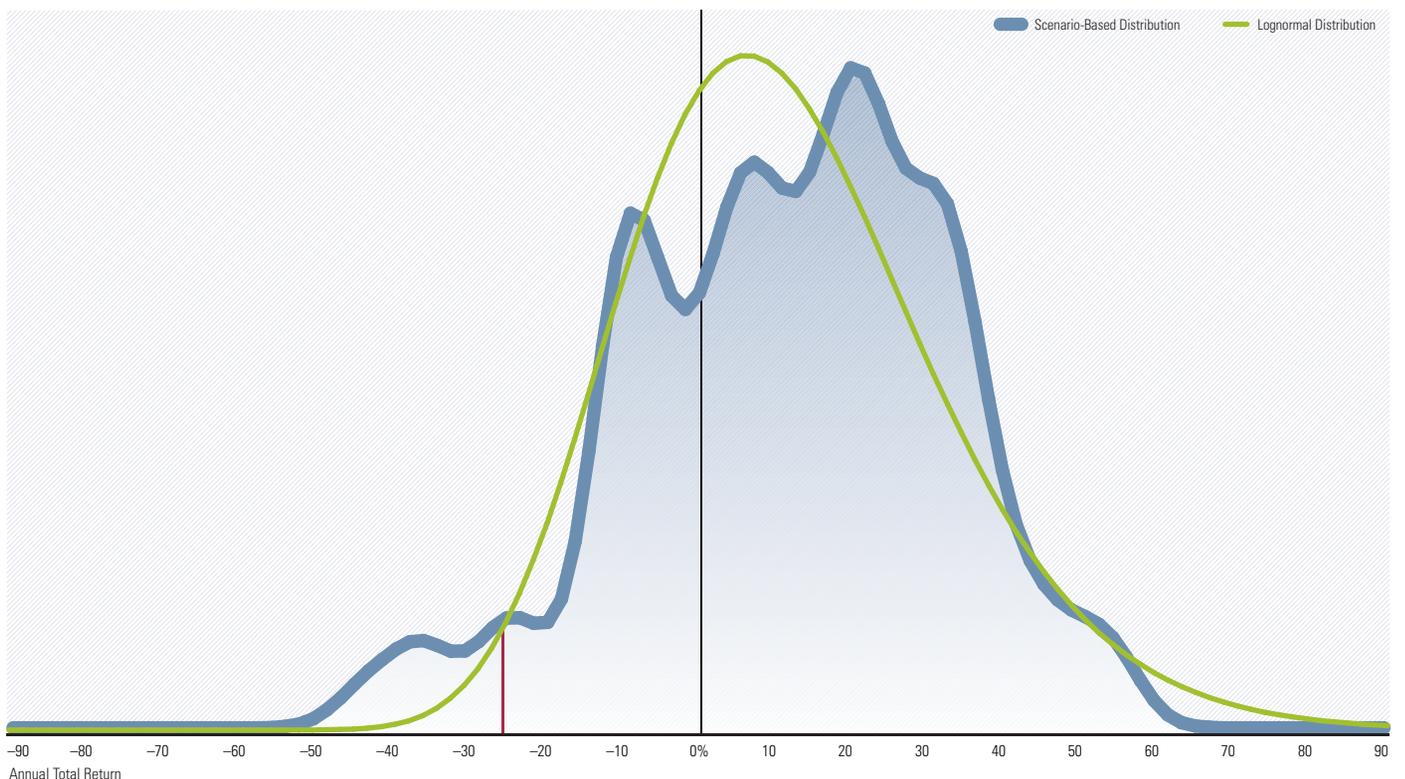
예시 2 에서, 초록색 곡선은 우리가 평균-분산분석을 사용하고 수익률이 로그정규분포(lognormal distribution)를 따른다고 가정할 때 나타납니다. 파란색 곡선은 우리가 완만한 시나리오 기반 방식을 사용할 때 나타납니다. 세로축 왼쪽에 파란색 굵은 곡선아래 영역은 우리모델에서 5 번째 백분위 수익률

이 -25.8% 임을 나타냅니다. 그것은 -25.8% 이하의 수익률이 나올 확률이 5%라는 것을 의미합니다. 하지만, 로그정규분포 모델하에서 -25.8% 이하의 수익률이 나올 확률은 단지 1.6%입니다. 이것은 어떻게 평균-분산 모델이 이례적 상황들(Tail events)에 대한 확률을 과소평가하는지를 보여주고 있습니다.

2009 년 캐플란이 다룬 것처럼, 이례적 상황들(Tail events)은 전세계적으로 과거 자본시장에서 종종 발생하였습니다. 그리하여 자산배분모델이 이례적 상황들에 적지않은 확률을 지정하는 것이 중요합니다.

기하평균수익률 대 단일기간 기대수익률
 평균-분산최적화모델에서 산술평균 예상치로서 기대수익률을 측정합니다. 하지만 장기간동안 투자자들은 단순평균수익률을 사용하는 것에 대해 우려하지 않습니다. 오히려, 투자자들은 부의 축적에 대해 우려합니다. 무기한으로 같은 전략을 가지고 반복적

Exhibit 2: Smooth Distribution Curve for Annual Returns on Large Company Stocks 1926-2008



으로 재투자를 하려고 계획하는 투자자들은 기하평균수익률로 측정된 포트폴리오의 가장 높은 성장률을 찾으려 할 것입니다.

CVaR 대 표준편차

위험에 대해 말하자면, 투자자들이 표준편차로 측정된 수익률의 분산정도에 대해 얼마나 우려하는지 보다는 오히려 손실을 얼마나 입을지에 대해 많이 기술되어져 왔습니다. 손실위험(Downside Risk)의 수치는 전략자산배분에서 위험수치로서 표준편차를 대체하도록 제안하고 있습니다. 이들 중 하나가 사용될 수 있을때 우리의 선택은 CVaR(Conditional Value at Risk)를 사용하는 것입니다.

CVaR 은 VaR(Value at Risk)기법과 연관되어 있습니다. VaR 은 주어진 기간동안 자본이 얼마나 손실될지에 대해 왼쪽 꼬리로서 나타내고 있습니다. 예를 들어, 5% VaR 은 다음과 같은 질문에 대답을 합니다: 만달러를

투자했을 경우 12 개월내 X 달러 또는 이상을 잃을 확률이 5%라는 것입니다. 수익률에 이러한 아이디어를 적용하면, 5% VaR 은 수익률분포의 5 번째 백분위의 마이너스 수익률입니다. 예를 들어, 예시 2 에서 분포의 5 번째 백분위는 -25.8%이며, 따라서 5% VaR 은 25.8%입니다. 만달러를 투자했을 경우 2,580달러 또는 그 이상 손실을 볼 확률이 5%라는 것을 의미합니다. CVaR은 VaR이 위반되었다는 가정하에 기대 또는 평균자본손실입니다. 그리하여 CVaR 은 항상 VaR 보다 큽니다. 예를 들어, 예시 2 에서 분포의 5% CVaR 은 만달러를 투자했을 경우 35.8% 또는 3,580 달러입니다.

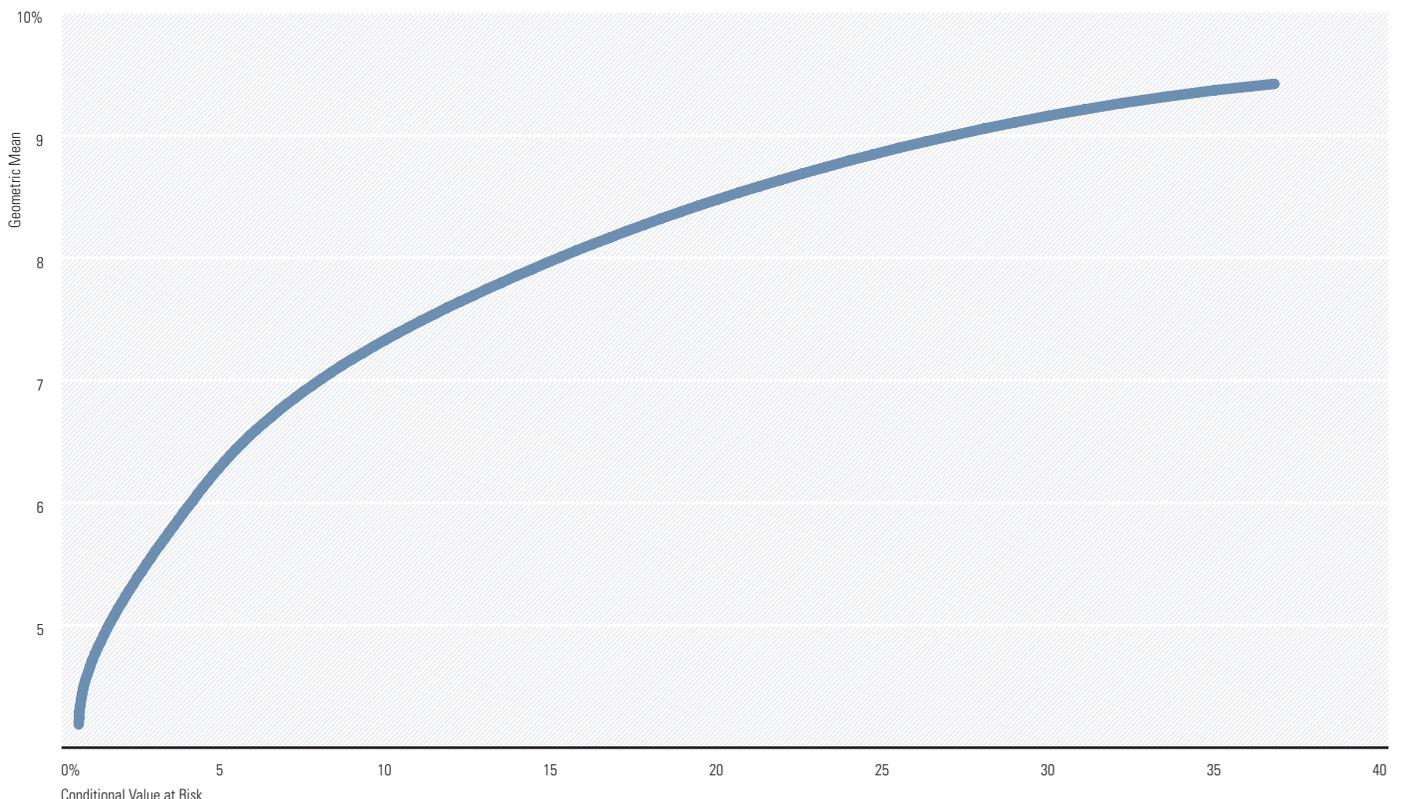
시나리오 대 상관관계

평균-분산 분석에서 자산유형들의 각각의 수익률에 대한 공분산은 상관계수라는 단일 수치로 나타냅니다. 이것은 수학적으로 단순선형회귀모델(Simple Linear Regression Model)이 두개의 자산유형들의 수익률이 어

떻게 연관이 있는지에 대한 적절한 묘사라는 것에 대한 가정과 동등한 것입니다. 사실상 두개의 일련의 수익률에 대한 단순선형회귀모델의 R 제곱 통계치는 상관계수의 제곱과 동일합니다. 하지만, 선형모델은 많은 자산유형들에 대한 관계의 가장 중요한 부분을 놓치고 있습니다. 예를 들어, 정상적인 상황에서는 미국주식투자자들에게 미국외 주식들은 좋은 분산처로서 고려될수 있습니다. 하지만 금융위기동안 모든 주요주식시장은 함께 하락합니다.

게다가 두가지 자산유형지수들의 수익률은 상관관계가 매우 높지만, 모델에서 둘다 직접투자에 노출을 포함하는 대신에 한개의 자산은 옵션으로 대체되었다고 가정해보겠습니다. 선형관계 대신에 우리는 상관계수로 포착될수 없는 비선형관계를 가지고 있습니다.

Exhibit 3: Geometric Mean—Conditional Value at Risk Efficient Frontier



운 좋게도 서로 다른 투자자산들의 수익률간의 비선형 관계에 대한 이들 유형들은 시나리오 기반 모델로 다루어 질 수 있습니다. 예를 들어, 정상적인 상황을 대변하는 시나리오에서 서로 다른 주식시장의 수익률이 서로로부터 일정부분 떨어져 움직이는 것처럼 만들어질 수 있는 반면 글로벌 금융위기를 대변하는 시나리오상에서는 함께 하락하는 것처럼 시장을 구성할 수 있습니다.

초음속 통계기법

최근까지 수익률분포를 적절하게 만들기 위한 수천개의 시나리오들을 이용했기 때문에 시나리오 기반 방식의 단점은 큰용량의 데이터를 처리하고 저장하는 것이었습니다. 컴퓨터 하드웨어의 발전과 함께 외부 수치의 대형 테이블을 가진 시나리오의 관습적인 방식은 여전히 속제로 남아있습니다.

컴퓨터의 경이로운 속도는 수치보다는 확률분포의 데이터관리의 확장인 확률관리분야에서 제기되고 있습니다. 확률관리의 중요한 요소는 일련의 분포(Distribution String)이며, 그것은 단일데이터로서 수천번의 시형들을 압축합니다. 일련의 분포의 사용은 저장용량을 크게 줄이며, 데이터처리시간을 빠르게 합니다. 그래서 수천번의 시형들로 구성되어 있는 몬테카를로 시뮬레이션은 즉시 개인컴퓨터에서 산출될 수 있습니다. 모든 자산운용기관들이 2009년 캐플란과 새

비지가 언급한 GM-CVaR 최적화모델을 실행하기 위해 필요한 일련의 분포를 생성하기 위해 준비하지 않은 반면, 모닝스타 이버슨과 같은 외부 기관들은 이와 같은 역할을 충족시킬 수 있습니다.

확률관리의 다른 측면은 상호적인 시뮬레이션 기법이며, 그것은 엔터 키를 떠나는 여러 분 손가락의 소리가 귀에 도달하기 전에 수천번의 시나리오들을 실행할 수 있습니다. 이와 같은 초음속 모델은 포트폴리오의 민감성으로 보다 깊은 직관들을 허용하며 서로다른 포트폴리오, 분산 가정 및 잠재적인 블랙스완을 사용자가 상호적으로 탐험할 수 있도록 도와줍니다. 이와 같은 상호적인 모델의 예는 2010년 www.ProbabilityManagement.org 에서 다운로드가 가능합니다.

마지막: 새로운 효율적 투자기회선

모든 것을 종합해보면, 우리는 예시 3에서 보여지는 것처럼 공분산과 새로운 통계기법에 우리의 시나리오 방식을 통합하여 예상기하평균수익률과 CVaR의 효율적 투자기회선을 생성합니다. 우리는 이와 같은 효율적 투자기회선이 평균-분산최적화의 전통적인 기대수익률 대 표준편차의 효율적 투자기회선보다 투자자들에게 관련이 있다고 믿습니다. 왜냐하면 성과와 위험간의 균형(Trade-off)이 투자자들에게 의미가 있다는 것을 보여주기 때문입니다.

참고문헌

- 1 Kaplan, Paul D., Thomas Idzorek, Michele Gambera, Katsunari Yamaguchi, James Xiong, and David M. Blanchett, "The History and Economics of Stock Market Crashes." In Siegel, Laurence B., ed., *Insights into the Global Financial Crisis*, CFA Institute, 2009.
- 2 Kaplan, Paul D. and Sam Savage, "Markowitz at Mach 1," Morningstar research paper, December 2009.
- 3 Markowitz, Harry M., "Portfolio Selection," *Journal of Finance*, 7 (1), 77-91, 1952.
- 4 *Ibbotson Stocks, Bonds, Bills, and Inflation 2009 Yearbook*, Morningstar, Inc., 2009.
- 5 Poundstone, William, *Fortune's Formula*, Hill and Wang, 2005.
- 6 Savage, Sam, *The Flaw of Averages*, John Wiley & Sons, 2009.
- 7 Sheikh, Abdullah Z. and Hongtao Qiao, "Non-normality of Market Returns," J.P. Morgan Asset Management research paper, 2009.